

حل عددی یک مدل انتگرالی بلک-شولز با استفاده از یک روش جدید

مبتنی بر توابع پایه شعاعی و تفاضلات متناهی فشرده

رضا مختاری*، رحمان اکبری و محمدتقی جهاننیده

دانشگاه صنعتی اصفهان، گروه ریاضی

اصفهان، ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶، ایران

چکیده

در این مقاله یک مدل نمایی حاصل از تغییر معادله دیفرانسیل انتگرالی بلک-شولز که همراه با پرش می‌باشد را با استفاده از مدل جدیدی مبتنی بر ترکیب توابع پایه شعاعی (RBF) و تفاضلات متناهی فشرده مرتبه چهار (CFD⁴) حل و سپس ارزش اختیار معاملات اروپایی و آمریکایی را با استفاده از آن تقریب می‌زنیم. در ضمن آنالیز پایداری این مدل را در مختصات قطبی مورد بررسی قرار خواهیم داد و در انتها جواب‌های عددی حاصل از روش را برای ارزش اختیار معاملات اروپایی و آمریکایی با روش‌های دیگر مقایسه خواهیم نمود.

واژه‌های کلیدی: معادله بلک-شولز نمایی با پرش، اختیار معامله اروپایی و آمریکایی، توابع پایه شعاعی، تفاضلات متناهی فشرده.

مقدمه

تجزیه و تحلیل مسایل مطرح در امور مالی یکی از زمینه‌هایی است که به دلیل کاربرد در تجارت جهانی بیشترین رشد و تغییر را داشته است و در بین این موضوعات تعیین یا تخمین ارزش اختیار معاملات بیشترین توجه را در مباحث مالی به خود اختصاص داده است. طی دهه‌های گذشته انواع مدل‌های ریاضی برای ارزش‌گذاری اختیار معاملات ارائه شده که مهم‌ترین آن‌ها معادله با مشتقات جزئی بلک-شولز است [۱، ۲]. یکی از اشکالات در مدل بلک-شولز این است که در ساختن آن حرکت ارزش دارایی بنیادین بدون پرش و به صورت حرکت براونی فرض می‌شود، فرضی که سازگار با مشاهدات تجربی نمی‌باشد. برای رفع این نقص حرکت ارزش دارایی به صورت حرکت پواسون و یا لوی که دارای پرش هستند فرض می‌شود که تا حد مطلوبی واقعی و با مشاهدات تجربی سازگار است [۳]. هر چند که برای مدلی که با این فرض ساخته می‌شود جواب تحلیلی نیز وجود دارد، این جواب فقط برای شرایط مرزی مربوط به اختیار معاملات اروپایی است و برای شرایط مرزی سایر اختیار معاملات، به ویژه اختیار معاملات آمریکایی، استفاده از روش‌های عددی می‌تواند بسیار کارساز باشد [۴، ۵، ۶، ۷، ۸].

در بین روش‌های عددی، روش تفاضلات متناهی به دلیل سادگی در پیاده‌سازی و همچنین مرتبه همگرایی قابل ارتقا، بیشتر از روش‌های دیگر مورد استفاده قرار گرفته است [۹، ۱۰]. اما یکی از نقطه ضعف‌های روش‌هایی که تا کنون ارائه شده است، ناپایداری، یا مرتبه همگرایی پایین آن‌هاست. یکی دیگر از ضعف‌های این روش شبکه‌بندی نقاط است که باید ابتدا تمام نقاط در مکان خاصی قرار بگیرند و سپس به حل عددی پرداخته شود. برای رفع این مشکل می‌توان از روش‌های بدون نیاز به شبکه استفاده کرد (مانند استفاده از توابع پایه شعاعی، توابع پایه طیفی و ...).